Zusatzübung zu Kommunikationsnetze II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Gernot Fabeck

18.7.2008, 14:00 Uhr, WSH 24 A 407

Aufgabe 1. Gegeben seien zwei parallele Prozessoren, die eine Folge von Anforderungen abarbeiten sollen. Die Zeit zwischen den Ankünften zweier Anforderungen sowie die Bedienzeiten an den Prozessoren Eins und Zwei seien exponentialverteilt mit den Erwartungswerten $\lambda^{-1} = \frac{1}{2}$, $\mu_1^{-1} = \frac{1}{2}$ bzw. $\mu_2^{-1} = 1$. Sind beide Prozessoren belegt, kann eine neu ankommende Anforderung gespeichert werden, wenn ein freier Speicherplatz zur Verfügung steht. Ansonsten wird die Anforderung abgewiesen. Es stehen insgesamt $K = 2$ Speicherplätze zur Verfügung.

Betrachten Sie zunächst ein System mit zentralem Speicher, d.h. einer Warteschlange mit $K = 2$ Warteplätzen. Sind sowohl Prozessor Eins als auch Prozessor Zwei frei, wird eine neu ankommende Anforderung an Prozessor Eins geschickt.

a) Modellieren Sie das System durch einen Markov-Prozess und geben Sie dazu Zustandsraum, Intensitätsgraph und Intensitätsmatrix an.

b) Geben Sie den Übergangsgraphen und die Übergangsmatrix der eingebetteten Markov-Kette an.

c) Berechnen Sie die stationäre Verteilung des Markov-Prozesses.

d) Wie lautet die Blockierwahrscheinlichkeit p_B des Systems?

Betrachten Sie nun ein System mit lokalem Speicher, d.h. pro Prozessor existiert eine Warteschlange mit je einem Warteplatz. Hierbei wird eine neu ankommende Anforderung jeweils mit der Wahrscheinlichkeit $p = \frac{1}{2}$ an einen der beiden lokalen Speicher geschickt.

e) Berechnen Sie die Blockierwahrscheinlichkeit p_B des Systems.

f) Welches der beiden Systeme besitzt die kleinere Blockierwahrscheinlichkeit, das mit zentralem oder das mit lokalem Speicher?

Aufgabe 2. In einem Router durchlaufen Datenpakete drei hintereinander geschaltete Prozessoren. Dabei kann es vorkommen, dass die Verarbeitung der Pakete an den Prozessoren nicht in einem Schritt durchgefhrt werden kann und wiederholt werden muss. Aus diesem Grund wird vom ersten bzw. zweiten Prozessor lediglich der Anteil $\alpha \in (0, 1]$ bzw. $\beta \in (0, 1]$ der Pakete an Prozessor Zwei bzw. Drei weitergeleitet und der Anteil $1 - \alpha$ bzw. $1-\beta$ wiederum an Prozessor Eins bzw. Zwei zurckgefhrt. Bei Prozessor Drei führt eine nicht in einem Schritt durchgefhrte Bearbeitung dazu, dass der gesamte Prozess nochmals durchlaufen werden muss. Dies trifft für den Anteil $1-\gamma$ zu, $\gamma \in (0,1]$. Solch ein Verarbeitungsprozess kann mittels eines Warteschlangennetzes beschrieben werden, wobei die Pakete an Prozessor Eins gemäß eines Poisson-Ankunftsprozesses mit Rate $\lambda > 0$ ankommen. Die Prozessoren Eins, Zwei und Drei haben jeweils unendliche Wartekapazität und exponentialverteilte Bedienzeiten mit Parametern μ_1, μ_2 und μ_3, alle jeweils größer Null.

a) Um was für ein Warteschlangennetz handelt es sich?

b) Geben Sie ein Modell mit Zustandsraum und Routingmatrix an.

c) Wann existiert eine stationäre Verteilung und wie lautet diese?

Seien nun $\lambda = 1$, $\alpha = 0.8$, $\gamma = 0.9$, $\mu_2 = 2$ und $\mu_3 = 2$.

d) Wie groß muss die Bedienintensität μ_1 mindestens sein, damit eine stationäre Verteilung existieren kann?

e) Wie groß muss der Parameter β mindestens gewählt werden, damit eine stationäre Verteilung existieren kann?

Seien nun $\lambda = 0$, $\alpha = 0.8$, $\beta = 0.8$, $\gamma = 0$, $\mu_1 = 5$, $\mu_2 = 2$ und $\mu_3 = 2$. Es befinden sich $M = 4$ Anforderungen im System.

f) Um was für ein Warteschlangennetz handelt es sich nun?

g) Bestimmen Sie den Zustandsraum und seine Mächtigkeit.

h) Berechnen sie die stationäre Verteilung des Systems. Verwenden sie dabei diejenige Lösung der Flussgleichung, deren Komponenten ganzzahlig sind und deren Summe 28 ergibt.

i) Wie hoch sind der Durchsatz bei Prozessor Eins, die erwartete Anzahl von Anforderungen an Prozessor Zwei und die Auslastung an Prozessor Drei?