

1. Übung zu Kommunikationsnetze II

Prof. Dr.-Ing. Anke Schmeink, Henning Maier, Gernot Fabeck
26.04.2010

Aufgabe 1. Es sei X eine diskrete Zufallsvariable mit Träger \mathbb{N}_0 und Zähldichte $P(X = k)$, $k \in \mathbb{N}_0$. Die Funktion $Q_X(z) : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ sei definiert durch:

$$Q_X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} P(X > k) z^k.$$

Zeige, dass folgende Aussagen gelten:

- $P(X > k) = \frac{1}{k!} Q_X^{(k)}(0)$,
- $Q_X(z)(1 - z) = 1 - G_X(z)$.

Aufgabe 2. In einem paketorientierten Netzwerk kommt ein einzelnes Datenpaket mit der Wahrscheinlichkeit p fehlerfrei beim Empfänger an. Wenn in einem Paket ein Fehler auftritt, wird die Übertragung solange wiederholt, bis das Paket fehlerfrei angekommen ist. Die Übertragung einzelner Pakete kann als stochastisch unabhängig angesehen werden.

- Die Zufallsvariable X beschreibe, wie oft ein einzelnes Paket gesendet werden muss, bis es ohne Fehler empfangen wird. Wie ist die Zufallsvariable X verteilt? Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist keine und mit welcher Wahrscheinlichkeit sind genau 2 Wiederholungen der Übertragung nötig? Wie groß muss p mindestens sein, so dass mit Wahrscheinlichkeit 0.99 höchstens drei erneute Übertragungen pro Paket nötig sind?
- Um zu verhindern, dass ein einzelnes wiederholt übertragenes Paket das ganze Netz blockiert, wird in einem anderen Netzwerk maximal 10 mal versucht, ein Paket zu übertragen. Wie sieht die Verteilung der Zufallsvariablen Y in diesem System aus, welche die Anzahl der Übertragungsversuche beschreibt?

Aufgabe 3. Gegeben seien zwei diskrete, stochastisch unabhängige Zufallsvariablen X, Y , die jeweils $X \sim \text{Geo}(p)$ und $Y \sim \text{Poi}(\lambda)$ mit den Parametern $0 < p < 1$ und $\lambda > 0$ verteilt sind. Berechne im Folgenden:

- die erzeugenden Funktionen der beiden Zufallsvariablen X, Y und
- für die Summe $Z = X + Y$ die Wahrscheinlichkeit $P(Z = 1)$.