

6. Übung zu Kommunikationsnetze: Analyse und Leistungsbewertung

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Simon Görtzen, Christoph Schmitz
30.5.2011

Aufgabe 1. An einem Tandem-Server treffen Anforderungen gemäß eines $PP(\lambda)$ an, $\lambda > 0$. Eine Anforderung wird in Server 1 mit $\text{Exp}(\mu_1)$ -verteilter Bedienzeit bearbeitet, falls der Server 1 frei ist, $\mu_1 > 0$. Ist der Server 1 beschäftigt, geht die Anforderung verloren. Die in Server 1 abgearbeitete Anforderung wird zu Server 2 weitergeleitet, falls dieser frei ist, und dort mit $\text{Exp}(\mu_2)$ -verteilter Bedienzeit abgearbeitet, $\mu_2 > 0$. Server 1 ist blockiert, falls Server 2 beschäftigt ist und sich eine abgearbeitete Anforderung in Server 1 befindet. Bei Blockierung gehen ankommende Anforderungen ebenfalls verloren. Der Ankunftsprozess und die Bedienzeiten der beiden Server seien stochastisch unabhängig.

- a) Geben Sie einen geeigneten Markov-Prozess für das beschriebene System an, d.h., den Intensitätsgraphen und die Intensitätsmatrix.

Hinweis: Ein geeigneter Zustandsraum ist

$$\mathcal{S} = \{(0, 0), (0, 1), (1, 0), (1, 1), (b, 1)\},$$

wobei $0/1/b$ bedeutet, dass der entsprechende Server frei/beschäftigt/blockiert ist.

- b) Berechnen Sie die stationäre Verteilung.

Aufgabe 2. Ein Strahlungsdetektor weise eine sogenannte *Totzeit* auf, d.h. nach der Detektion eines Ereignisses ist er für eine feste Zeitspanne t_0 nicht bereit, ein weiteres Ereignis zu registrieren. In dieser Zeit auftretende Ereignisse werden also nicht detektiert. Wir nehmen an, dass diese Ereignisse trotzdem zur Verlängerung der Totzeit führen. Ein Ereignis wird also genau dann detektiert, wenn in der Zeitspanne t_0 davor kein anderes Ereignis stattgefunden hat, unabhängig davon, ob dieses registriert wurde. Ferner stelle die Ankunft der Ereignisse einen Poisson-Prozess mit einer festen Intensität λ dar.

- a) Berechnen Sie die Rate der detektierten Ereignisse λ_d in Abhängigkeit von der tatsächlichen Ankunftsrate λ und der Totzeit t_0 .
- b) In der Praxis möchte man aus der detektierten Rate λ_d die tatsächliche Rate λ bestimmen. Welches Problem kann dabei auftreten?
- c) Kann das obige Problem gelöst werden, indem man nicht nur die gemessene Rate, sondern den kompletten Prozess der detektierten Ereignisse betrachtet? Charakterisieren Sie zur Klärung dieser Frage die Zufallsvariable Y , die die Verteilung der Zwischenankunftszeiten dieses Prozesses beschreibt, durch ihre Laplace-Transformierte.