

6. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Georg Böcherer, Gernot Fabeck

23.11.2007

Aufgabe 1. Für die zufällige Phase eines am Empfänger eintreffenden Signals bei Mehrwegeausbreitung gelte $\phi \sim R(0, 2\pi)$.

- Berechnen Sie die Kovarianz der Zufallsvariablen $Y_1 = \cos(\phi)$ und $Y_2 = \sin(\phi)$.
- Berechnen Sie die Kovarianz der Zufallsvariablen $Z_1 = \cos^2(\phi)$ und $Z_2 = \sin^2(\phi)$.
- Sind die Zufallsvariablen Y_1 und Y_2 unabhängig? Sind sie unkorreliert? Charakterisieren sie Z_1 und Z_2 entsprechend.
- Es sei $Z = Y_1 + iY_2$. Wie ist $|Z|$ verteilt?

Aufgabe 2. Nach Übertragung des komplexen Eingangssymbols α über einen Mobilfunkkanal H ohne Sichtverbindung zwischen Sender und Empfänger kann das Empfangssymbol als komplexe Zufallsvariable $Z = \alpha(X + iY)$ mit stochastisch unabhängigen Zufallsvariablen $X \sim N(0, \sigma^2)$ und $Y \sim N(0, \sigma^2)$ beschrieben werden.

- Zeigen Sie, dass die Leistung $P = |Z|^2$ des empfangenen Symbols $\text{Exp}(\frac{1}{2\sigma^2\beta})$ -verteilt ist, wobei $\beta = |\alpha|^2$.

Hinweis: Benutzen Sie den Transformationssatz (Theorem 2.4.12 im Skript). Verwenden Sie zunächst die Transformation auf Polarkoordinaten $T_1: (X, Y) \mapsto (R, \phi)$ (Sie können das Ergebnis aus dem Skript verwenden). Verwenden sie dann die Transformation $T_2: R \mapsto R^2$.

- Liegt die empfangene Leistung P unterhalb eines Schwellwerts λ , so kann der Empfänger mit hoher Wahrscheinlichkeit das gesendete Symbol nicht mehr detektieren. Der Kanal ist dann in einem *deep fade*. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Kanal H in einem *deep fade*?
- Ein Amateurfunker möchte seine Antwort auf einen Heiratsantrag über den Kanal H übertragen. Mit der Freierin hat er die Kodierung "Ja" $\mapsto 1$ und "Nein" $\mapsto -1$ vereinbart. Wieso ist diese Kodierung nicht sinnvoll? Was wäre eine bessere Kodierung?

