

10. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Georg Böcherer, Gernot Fabeck

18.01.2008

Aufgabe 1. Es sei $\{X(t) \mid t \in T\}$ ein stochastischer Prozess mit $T \subset \mathbb{R}$. Für beliebige Zeitpunkte $t_1, t_2 \in T$ sei die gemeinsame Dichte von $X(t_1)$ und $X(t_2)$ gegeben durch

$$f(x_{t_1}, x_{t_2}) = 4 \frac{x_{t_1} x_{t_2}}{t_1^2 t_2^2} \exp \left\{ - \left[\left(\frac{x_{t_1}}{t_1} \right)^2 + \left(\frac{x_{t_2}}{t_2} \right)^2 \right] \right\}, \quad x_{t_1}, x_{t_2} \geq 0. \quad (1)$$

Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion von $X(t)$. Ist der Prozess schwach stationär?

Aufgabe 2. Weißes Rauschen $\{W(t)\}$ mit der Autokorrelationsfunktion $R_{XX}(t) = 2\delta(t)$ werde mit einem Tiefpass mit Übertragungsfunktion

$$H(f) = \frac{1}{2B} \mathbb{I}_{[-B, B]}(f) \quad (2)$$

gefiltert. Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion und die erwartete Momentanleistung des gefilterten Prozesses.

Aufgabe 3. Die Fouriertransformierte $H(f)$ der Impulsantwort $h(t)$ eines LTI-Systems sei gegeben durch

$$H(f) = \frac{1}{1 + i\sqrt{2}f - f^2}. \quad (3)$$

Beim Eingangssignal handle es sich um weißes Rauschen $\{W(t)\}$ mit der Autokorrelationsfunktion $R_{WW}(t) = \delta(t)$. Das Ausgangssignal sei $N(t) = (h * W)(t)$.

(a) Berechnen und skizzieren Sie die spektralen Leistungsdichten $S_{WW}(f)$ und $S_{NN}(f)$.

(b) Berechnen Sie die mittlere Leistung des Ausgangssignals.

Hinweis: $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^4} dx = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$.