

## 8. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Gernot Fabeck, Chunhui Liu

19.12.2008

**Aufgabe 1.** Beweisen Sie Proposition 2.6.8 der Vorlesung:

- Sei  $\mathbf{X} \sim \text{SCN}(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{Q})$ ,  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times n}$ . Dann gilt  $\mathbf{A}\mathbf{X} \sim \text{SCN}(\mathbf{A}\boldsymbol{\mu}, \mathbf{A}\mathbf{Q}\mathbf{A}^*)$ .
- Seien  $\mathbf{X} \sim \text{SCN}(\boldsymbol{\mu}_1, \mathbf{Q}_1)$  und  $\mathbf{Y} \sim \text{SCN}(\boldsymbol{\mu}_2, \mathbf{Q}_2)$  stochastisch unabhängig. Dann gilt  $\mathbf{X} + \mathbf{Y} \sim \text{SCN}(\boldsymbol{\mu}_1 + \boldsymbol{\mu}_2, \mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2)$ .

**Aufgabe 2.** Ein Sender sendet zufällig und unabhängig voneinander eine Folge von Zeichen 1 bzw.  $-1$  der Länge  $T$ . Dieses Signal kann durch folgenden stochastischen Prozess beschrieben werden:

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n h(t - nT)$$

mit der zeitdiskreten Folge von unabhängigen, Bernoulli-verteilten Zufallsvariablen  $A_n$ , die mit Wahrscheinlichkeit  $p$  den Wert 1 und mit Wahrscheinlichkeit  $1 - p$  den Wert  $-1$  annehmen. Ferner sei

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq t < T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

- Skizzieren Sie eine mögliche Realisierung dieses Prozesses.
- Berechnen Sie die Erwartungswertfunktion  $\mu_X(t)$ .
- Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion  $R_{XX}(t_1, t_2)$  an den Stellen  $t_1 = 0$  und  $t_1 = T/2$  (also  $R_{XX}(0, t_2)$  und  $R_{XX}(T/2, t_2)$  in Abhängigkeit von  $t_2$ ).
- Berechnen Sie die erwartete Momentanleistung des Signals.
- Berechnen Sie die erwartete Energie des Signals im Intervall  $[0, NT]$ .

