

8. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Gernot Fabeck, Chunhui Liu

19.12.2008

Aufgabe 1. Beweisen Sie Proposition 2.6.8 der Vorlesung:

- Sei $\mathbf{X} \sim \text{SCN}(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{Q})$, $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{m \times n}$. Dann gilt $\mathbf{A}\mathbf{X} \sim \text{SCN}(\mathbf{A}\boldsymbol{\mu}, \mathbf{A}\mathbf{Q}\mathbf{A}^*)$.
- Seien $\mathbf{X} \sim \text{SCN}(\boldsymbol{\mu}_1, \mathbf{Q}_1)$ und $\mathbf{Y} \sim \text{SCN}(\boldsymbol{\mu}_2, \mathbf{Q}_2)$ stochastisch unabhängig. Dann gilt $\mathbf{X} + \mathbf{Y} \sim \text{SCN}(\boldsymbol{\mu}_1 + \boldsymbol{\mu}_2, \mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2)$.

Aufgabe 2. Ein Sender sendet zufällig und unabhängig voneinander eine Folge von Zeichen 1 bzw. -1 der Länge T . Dieses Signal kann durch folgenden stochastischen Prozess beschrieben werden:

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n h(t - nT)$$

mit der zeitdiskreten Folge von unabhängigen, Bernoulli-verteilten Zufallsvariablen A_n , die mit Wahrscheinlichkeit p den Wert 1 und mit Wahrscheinlichkeit $1 - p$ den Wert -1 annehmen. Ferner sei

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq t < T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

- Skizzieren Sie eine mögliche Realisierung dieses Prozesses.
- Berechnen Sie die Erwartungswertfunktion $\mu_X(t)$.
- Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion $R_{XX}(t_1, t_2)$ an den Stellen $t_1 = 0$ und $t_1 = T/2$ (also $R_{XX}(0, t_2)$ und $R_{XX}(T/2, t_2)$ in Abhängigkeit von t_2).
- Berechnen Sie die erwartete Momentanleistung des Signals.
- Berechnen Sie die erwartete Energie des Signals im Intervall $[0, NT]$.

