

## 10. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Gernot Fabeck, Chunhui Liu

16.1.2009

**Aufgabe 1.** Es sei  $\{X(t) \mid t \in T\}$  ein stochastischer Prozess mit  $T \subset \mathbb{R}$ . Für beliebige Zeitpunkte  $t_1, t_2 \in T$  sei die gemeinsame Dichte von  $X(t_1)$  und  $X(t_2)$  gegeben durch

$$f(x_{t_1}, x_{t_2}) = 4 \frac{x_{t_1} x_{t_2}}{t_1^2 t_2^2} \exp \left\{ - \left[ \left( \frac{x_{t_1}}{t_1} \right)^2 + \left( \frac{x_{t_2}}{t_2} \right)^2 \right] \right\}, \quad x_{t_1}, x_{t_2} \geq 0. \quad (1)$$

Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion von  $X(t)$ . Ist der Prozess schwach stationär?

**Aufgabe 2.** Weißes Rauschen  $\{W(t)\}$  mit der Autokorrelationsfunktion  $R_{XX}(t) = 2\delta(t)$  werde mit einem Tiefpass mit Übertragungsfunktion

$$H(f) = \frac{1}{2B} \mathbb{I}_{[-B, B]}(f) \quad (2)$$

gefiltert. Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion und die erwartete Momentanleistung des gefilterten Prozesses.

**Aufgabe 3.** Die Fouriertransformierte  $H(f)$  der Impulsantwort  $h(t)$  eines LTI-Systems sei gegeben durch

$$H(f) = \frac{1}{1 + i\sqrt{2}f - f^2}. \quad (3)$$

Beim Eingangssignal handle es sich um weißes Rauschen  $\{W(t)\}$  mit der Autokorrelationsfunktion  $R_{WW}(t) = \delta(t)$ . Das Ausgangssignal sei  $N(t) = (h * W)(t)$ .

- Berechnen und skizzieren Sie die spektralen Leistungsdichten  $S_{WW}(f)$  und  $S_{NN}(f)$ .
- Berechnen Sie die mittlere Leistung des Ausgangssignals.

**Hinweis:**  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{1+x^4} dx = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$ .