8. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Prof. Dr. Anke Schmeink, Andreas Bollig, Christoph Schmitz, Milan Zivkovic

16.12.2011

Aufgabe 1. Sei $\boldsymbol{X}$ zirkulär symmetrisch komplex verteilt mit Erwartungswert $\mathrm{E}(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{\mu}$.

a) Zeigen Sie, dass $\mathrm{E}[(\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\mu})(\boldsymbol{X} - \boldsymbol{\mu})'] = \mathrm{PCov}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{X}) = \mathbf{0}$ gilt.

b) Sei X_l der l-te Eintrag des Vektors $\boldsymbol{X}$. Zeigen Sie, dass der Realteil $\mathrm{Re}(X_l)$ und der Imaginärteil $\mathrm{Im}(X_l)$ unkorreliert sind.
Hinweis: Benutzen Sie das Ergebnis aus **a)**.

c) Sei $\boldsymbol{X}$ weiterhin zirkulär symmetrisch und nehme ausschließlich reelle Werte an. Wie ist $\boldsymbol{X}$ dann verteilt?

Aufgabe 2. Beweisen Sie Proposition 2.6.8 der Vorlesung.

a) Sei $\boldsymbol{X} \sim \mathrm{SCN}(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{Q})$, $\boldsymbol{A} \in \mathbb{C}^{m \times n}$. Dann gilt $\boldsymbol{AX} \sim \mathrm{SCN}(\boldsymbol{A\mu}, \boldsymbol{AQA}^*)$.

b) Seien $\boldsymbol{X} \sim \mathrm{SCN}(\boldsymbol{\mu}_1, \boldsymbol{Q}_1)$ und $\boldsymbol{Y} \sim \mathrm{SCN}(\boldsymbol{\mu}_2, \boldsymbol{Q}_2)$ stochastisch unabhängig. Dann gilt $\boldsymbol{X} + \boldsymbol{Y} \sim \mathrm{SCN}(\boldsymbol{\mu}_1 + \boldsymbol{\mu}_2, \boldsymbol{Q}_1 + \boldsymbol{Q}_2)$.