9. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Simon Görtzen, Christoph Schmitz, Ehsan Zandi

12.12.2013

Aufgabe 1. Ein Sender sendet zufällig und unabhängig voneinander eine Folge von Zeichen 1 bzw. -1 der Länge T. Dieses Signal kann durch folgenden stochastischen Prozess beschrieben werden:

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n h(t - nT)$$

mit der zeitdiskreten Folge von unabhängigen, Bernoulli-verteilten Zufallsvariablen A_n, die mit Wahrscheinlichkeit p den Wert 1 und mit Wahrscheinlichkeit $1-p$ den Wert -1 annehmen, vgl. Abbildung. Ferner sei

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq t < T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad .$$

a) Skizzieren Sie eine mögliche Realisierung dieses Prozesses.

b) Berechnen Sie die Erwartungswertfunktion $\mu_X(t)$.

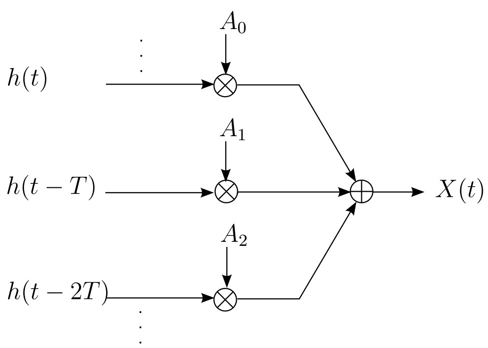
c) Ist der Prozess strikt stationär?

d) Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion $R_{XX}(t_1, t_2)$ an den Stellen $t_1 = 0$ und $t_1 = T/2$ (also $R_{XX}(0, t_2)$ und $R_{XX}(T/2, t_2)$ in Abhängigkeit von t_2).

e) Ist der Prozess schwach stationär?

f) Berechnen Sie die erwartete Momentanleistung des Signals.

g) Berechnen Sie die erwartete Energie des Signals im Interval $[0, NT]$.



Bitte wenden!

Aufgabe 2. Es sei $\{X(t) \mid t > 0\}$ ein stochastischer Prozess mit der eindimensionalen Randverteilungsfunktion

$$F_{X(t)}(x) = P\left(X(t) \leq x\right) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x}{t}\right)^2\right\}, x \geq 0.$$

Berechnen und skizzieren Sie die Erwartungswertfunktion $\mu_X(t)$ des Prozesses. Ist der Prozess schwach stationär?

Aufgabe 3. Es sei $\{X(t) \mid t > 0\}$ ein stochastischer Prozess. Für beliebige Zeitpunkte $t_1, t_2 > 0$ sei die gemeinsame Dichte von $X(t_1)$ und $X(t_2)$ gegeben durch

$$f(x_1, x_2) = 4\frac{x_1 x_2}{t_1^2 t_2^2} \exp\left\{-\left[\left(\frac{x_1}{t_1}\right)^2 + \left(\frac{x_2}{t_2}\right)^2\right]\right\}, \quad x_1, x_2 \geq 0.$$

Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion von $X(t)$. Ist der Prozess schwach stationär?