

# 14. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Simon Görtzen, Christoph Schmitz, Ehsan Zandi

30.01.2014

**Aufgabe 1.** Betrachten Sie ein Alphabet  $\mathcal{X} = \{x_1, x_2\}$  mit zugehöriger Verteilung  $\mathbf{p} = (0.75, 0.25)$ . Es sei  $\mathcal{Y} = \{0, 1\}$  ein Kodealphabet.

- Bestimmen Sie einen optimalen Blockcode der Länge  $N = 4$ .
- Bestimmen Sie die erwartete Kodewortlänge pro Quellbuchstabe und vergleichen Sie diese mit  $H(X)$  und der erwarteten Kodewortlänge bei buchstabenweiser Kodierung.

**Aufgabe 2.** Sie sollen die Buchstabenbelegung der Telefontastatur neu gestalten. Sie haben als Vorgabe die Buchstaben so auf die Tasten 2 bis 9 zu verteilen, dass für einen typischen deutschen Text die erwartete Anzahl an Tastendrücken minimal ist. Sie dürfen dabei beliebig viele Buchstaben auf eine Taste legen, und die Reihenfolge der Buchstaben darf beliebig gewählt werden. Es werden nur die Buchstaben A bis Z unterstützt, d.h. auch keine Zahlen, Leerzeichen, Satzzeichen oder sonstige Sonderzeichen. Benutzen Sie zur Lösung der Aufgabe die in Tabelle 1 gegebene Häufigkeitsverteilung der Buchstaben in der deutschen Sprache.

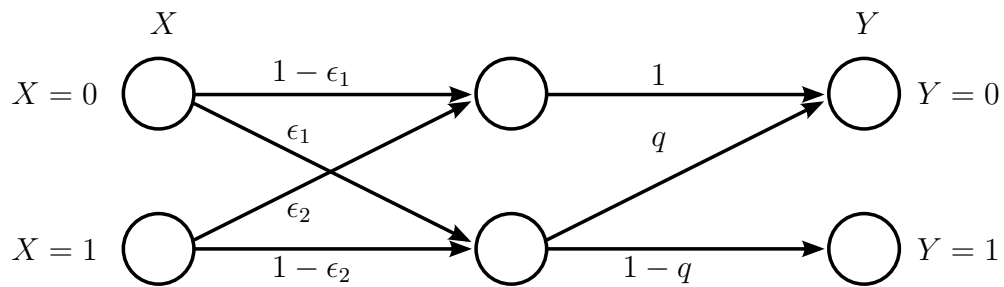
- Geben Sie eine optimale Tastenbelegung an und begründen Sie die Optimalität. Wie hoch ist die mittlere Codelänge?
- Wie hoch ist die Entropie der Quelle?
- Interpretieren Sie die Ergebnisse.

E	N	I	S	R	A	T	D	H	U	L	C	G
17,40	9,78	7,55	7,27	7,00	6,51	6,15	5,08	4,76	4,35	3,44	3,06	3,01
M	O	B	W	F	K	Z	P	V	J	Y	X	Q
2,53	2,51	1,89	1,89	1,66	1,21	1,13	0,79	0,67	0,27	0,04	0,03	0,02

Tabelle 1: Häufigkeitstabelle der Buchstaben in der deutschen Sprache in Prozent

**Bitte wenden!**

**Aufgabe 3.** Gegeben sei folgender binärer Kanal:



Die Parameter  $\epsilon_1, \epsilon_2$  und  $q$  liegen jeweils im Intervall  $[0, 0.5]$  und es gelte ferner  $\epsilon_1 > \epsilon_2$ .

- Bestimmen Sie  $q$  so, dass der Gesamtkanal symmetrisch ist.
- Bestimmen Sie die Übergangswahrscheinlichkeiten des binären symmetrischen Kanals, der zum Gesamtkanal aus a) äquivalent ist, in Abhängigkeit von  $\epsilon_1$  und  $\epsilon_2$ .
- Berechnen Sie die Transinformation  $I(X; Y)$  des binären symmetrischen Kanals aus b). Nehmen Sie dazu an, dass die Symbole am Kanaleingang gleichwahrscheinlich auftreten und die Fehlerwahrscheinlichkeiten  $\epsilon_1 = 0.02$  und  $\epsilon_2 = 0.01$  betragen.