

10. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr.-Ing. Anke Schmeink, Martijn Arts, Niklas Koep, Christoph Schmitz

16.01.2015

Aufgabe 1. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antworten. Geben Sie ein Gegenbeispiel an, um die Allgemeingültigkeit einer Aussage zu widerlegen.

- a) Es seien $X(t)$ und $Y(t)$ reelle, unkorrelierte Gaußprozesse. Dann ist auch

$$Z(t) = X(t) + Y(t)$$

ein Gaußprozess.

- b) Es sei $X(t)$ ein schwach stationärer stochastischer Prozess. Dann ist auch

$$Y(t) = X(t) - X(-t)$$

ein schwach stationärer stochastischer Prozess.

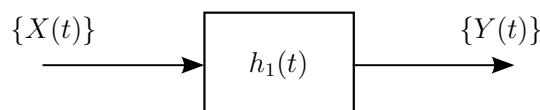
- c) Es sei $X(t) = A \cos(\omega t)$ mit $A \sim N(0, 1)$, $\omega > 0$ fest. Dann ist $X(t)$ ein schwach stationärer Prozess.

Bem.: Zwei stochastische Prozesse $X(t)$ und $Y(t)$ heißen *unkorreliert*, wenn gilt

$$R_{XY}(t_1, t_2) := E(X(t_1)Y(t_2)) = E(X(t_1))E(Y(t_2)) \text{ für alle } t_1, t_2.$$

Aufgabe 2. Gegeben sei ein LTI-System mit schwach stationärem Eingangsprozess $\{X(t)\}$. Für $t_0 > 0$ und $t \in \mathbb{R}$ sei die Impulsantwort des Systems gegeben durch

$$h_1(t) = \delta(t) + \delta(t - t_0).$$

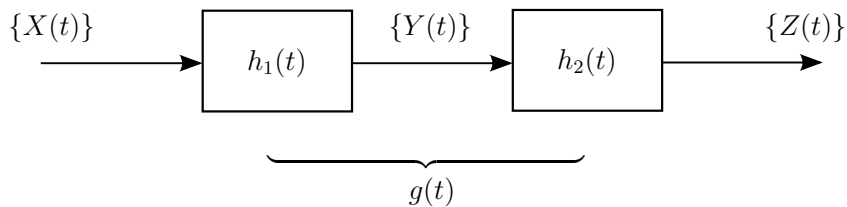


Hinweis: Die Fouriertransformierte einer Impulsantwort $h(t)$ wird mit $H(f)$ bezeichnet. Sie ist definiert als $H(f) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t) \cdot e^{-2\pi i f t} dt$.

- a) Berechnen Sie $H_1(f)$.

- b) Geben Sie das Leistungsdichtespektrum $S_{YY}(f)$ vom Ausgangsprozess $\{Y(t)\}$ in Abhängigkeit von $S_{XX}(f)$ an.
- c) Es sei $X(t)$ weißes Rauschen mit $R_{XX}(t) = \frac{N_0}{2}\delta(t)$. Berechnen Sie $S_{XX}(f)$ und $S_{YY}(f)$.
- d) Für $\phi \sim R(0, 1)$ sei $X(t) = \sin(2\pi(t + \phi))$. Berechnen Sie $Y(t)$.
Es sei nun $\phi = 0$. Skizzieren Sie die Realisierung von $Y(t)$ für $t_0 = \frac{1}{2}$ und für $t_0 = 1$.
- e) Dem obigen LTI-System wird ein zweites LTI-System nachgeschaltet. Das zweite System hat die Impulsantwort

$$h_2(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < t_0, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$



Es bezeichne $g(t)$ die Gesamtimpulsantwort beider Systeme. Berechnen Sie die Gesamtübertragungsfunktion $G(f)$.