Prof. Dr. Anke Schmeink, Dr. Gholamreza Alirezaei, Martijn Arts, Christoph Schmitz

Übung 9

Montag, 21. Dezember 2015

Aufgabe 1. Es sei $\{X(t) \mid t > 0\}$ ein stochastischer Prozess mit der eindimensionalen Randverteilungsfunktion

$$F_{X(t)}(x) = P\left(X(t) \leq x\right) = 1 - \exp\left(-\frac{x^2}{t^2}\right), x \geq 0.$$

Berechnen und skizzieren Sie die Erwartungswertfunktion $\mu_X(t)$ des Prozesses. Ist der Prozess schwach stationär?

Aufgabe 2. Ein Sender sendet zufällig und unabhängig voneinander eine Folge von Zeichen 1 bzw. -1 der Länge T. Dieses Signal kann durch folgenden stochastischen Prozess beschrieben werden:

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n h(t - nT)$$

mit der zeitdiskreten Folge von unabhängigen, Bernoulli-verteilten Zufallsvariablen A_n, die mit Wahrscheinlichkeit p den Wert 1 und mit Wahrscheinlichkeit $1 - p$ den Wert -1 annehmen, vgl. Abbildung. Ferner sei

$$h(t) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \leq t < T \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

a) Skizzieren Sie eine mögliche Realisierung dieses Prozesses.

b) Berechnen Sie die Erwartungswertfunktion $\mu_X(t)$.

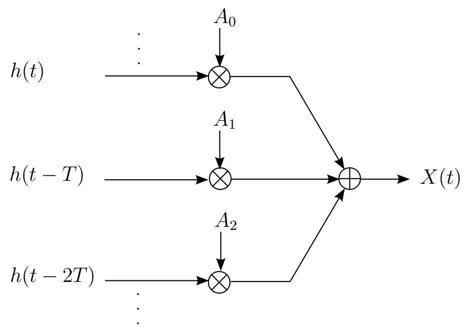
c) Ist der Prozess strikt stationär?

d) Berechnen Sie die Autokorrelationsfunktion $R_{XX}(t_1, t_2)$ an den Stellen $t_1 = 0$ und $t_1 = T/2$ (also $R_{XX}(0, t_2)$ und $R_{XX}(T/2, t_2)$ in Abhängigkeit von t_2).

e) Ist der Prozess schwach stationär?

f) Berechnen Sie die erwartete Momentanleistung des Signals.

g) Berechnen Sie die erwartete Energie des Signals im Interval $[0, NT]$.



Aufgabe 3. Zeigen Sie, dass für das Leistungsdichtespektrum eines schwach stationären, reellwertigen stochastischen Prozesses $\{X(t)\}$ gilt:

$$S_{XX}(f) = S_{XX}(-f).$$