

8. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Fabian Altenbach, Gholamreza Alirezaei, Christoph Schmitz
27.06.2013

Aufgabe 1. Gegeben sei ein komplexes $r \times t$ MIMO-System mit

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{Z}.$$

Dabei ist \mathbf{X} ein absolut-stetiger komplexwertiger Zufallsvektor mit $E(\mathbf{X}) = \mathbf{0}$ und Kovarianzmatrix $\Sigma_{\mathbf{X}}$. Die additive Störung wird durch einen Zufallsvektor mit $\mathbf{Z} \sim \text{SCN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_r)$ beschrieben. Erklären Sie die folgenden Optimierungsprobleme hinsichtlich ihrer Zielfunktion. Welche Bedeutung haben die Nebenbedingungen?

a) Problem 1, feste Kanalmatrix \mathbf{H} :

$$\begin{aligned} & \underset{\Sigma_{\mathbf{X}}}{\text{maximize}} && \log \det \left(\mathbf{I}_r + \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{H} \Sigma_{\mathbf{X}} \mathbf{H}^H \right) \\ & \text{subject to} && \text{tr}(\Sigma_{\mathbf{X}}) \leq P_T \\ & && \Sigma_{\mathbf{X}} = \Sigma_{\mathbf{X}}^H \geq 0 \end{aligned}$$

b) Problem 2, zufällige Kanalmatrix \mathbf{H} :

$$\begin{aligned} & \underset{\Sigma_{\mathbf{X}}}{\text{maximize}} && E_{\mathbf{H}} \left[\log \det \left(\mathbf{I}_r + \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{H} \Sigma_{\mathbf{X}} \mathbf{H}^H \right) \right] \\ & \text{subject to} && \text{tr}(\Sigma_{\mathbf{X}}) \leq P_T \\ & && \Sigma_{\mathbf{X}} = \Sigma_{\mathbf{X}}^H \geq 0 \end{aligned}$$

c) Problem 3, zufällige Kanalmatrix \mathbf{H} , gewünschte Rate $R \in \mathbb{R}_+$:

$$\begin{aligned} & \underset{\Sigma_{\mathbf{X}}}{\text{minimize}} && P \left(\log \det \left(\mathbf{I}_r + \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{H} \Sigma_{\mathbf{X}} \mathbf{H}^H \right) \leq R \right) \\ & \text{subject to} && \text{tr}(\Sigma_{\mathbf{X}}) \leq P_T \\ & && \Sigma_{\mathbf{X}} = \Sigma_{\mathbf{X}}^H \geq 0. \end{aligned}$$

Aufgabe 2. Gegeben sei das Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && f_0(x_1, x_2) \\ & \text{subject to} && 4x_1 + x_2 \geq 2 \\ & && \frac{1}{4}x_1 + x_2 \geq \frac{1}{2} \\ & && x_1, x_2 \in [0, \infty). \end{aligned}$$

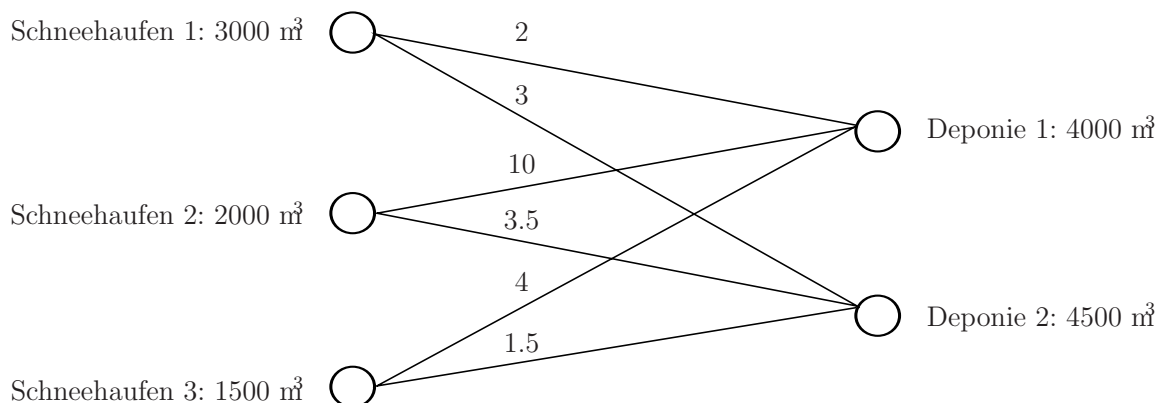
Zeichnen Sie die zulässige Menge. Geben Sie für folgende Zielfunktionen jeweils den optimalen Wert und die zugehörige Menge optimaler Lösungen an.

a) $f_0(x_1, x_2) = x_1 + x_2$

b) $f_0(x_1, x_2) = -x_1 - x_2$

c) $f_0(x_1, x_2) = x_1$

Aufgabe 3. Durch den schneereichen Winter haben die Räumdienste der Stadt Aachen provisorisch drei enorme Schneehaufen in der Innenstadt angelegt. Diese Haufen müssen vor dem Einsetzen des Tauwetters aus der Stadt hinaus geschafft werden. Für diesen Zweck gibt es zwei Deponien, in welche der Schnee geschafft werden kann. Die Größe der drei Schneehaufen und die Kapazität der zwei Deponien ist in dem nachstehenden Netzwerk dargestellt. Die Zahlen auf den Verbindungslinien stehen dabei für die Transportkosten je Kubikmeter zwischen dem Schneehaufen i und der Deponie j .



Formulieren Sie ein lineares Programm zur Minimierung der anfallenden Transportkosten. Wählen Sie dabei eine geeignete Darstellung der Optimierungsvariablen und erläutern Sie diese. Berücksichtigen Sie weiterhin folgende Nebenbedingungen:

- 1) Der gesamte Schnee muss aus der Stadt geschafft werden.
- 2) Die Kapazität der Deponien darf nicht überschritten werden.
- 3) Es gibt keine negative Menge an Schnee.