Prof. Dr. Anke Schmeink, Dr. Gholamreza Alirezaei, Martijn Arts, Christoph Schmitz

Übung 12

Montag, 18. Juli 2016

Aufgabe 1. Lösen Sie das folgende Optimierungsproblem mit Hilfe des Branch-and-Bound-Verfahrens.

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 4x_2 + 8x_3 \\ \text{s.d.} \quad & x_1 + 2x_2 + 4x_3 \le 5 \\ & x_i \in \{0,1\}, \qquad i = 1,2,3. \end{aligned}$$

Aufgabe 2. Es werde das folgende Optimierungsproblem

$$\begin{aligned} \min \quad & x^2 + 1 \\ \text{s.d.} \quad & (x-2)(x-4) \le 0 \end{aligned}$$

für $x \in \mathbb{R}$ betrachtet.

a) Zeigen Sie, dass die Zielfunktion $f(x) = x^2 + 1$ konvex ist.

b) Geben Sie die zulässige Lösungsmenge des Problems an.

c) Bestimmen Sie die optimale Lösung des Problems unter Verwendung der KKT-Bedingungen.

Aufgabe 3.

a) Ein Netzwerkbetreiber kann $n \in \mathbb{N}$ verschiedene Dienste mit je einem bestimmten Ertrag $c_1, \ldots, c_n \in \mathbb{R}$ anbieten. Jeder Dienst benötigt einen bestimmten Anteil $v_1, \ldots, v_n \in \mathbb{R}$ vom Frequenzband, welches dem Betreiber zur Verfügung steht. Die Gesamtbreite des Frequenzbandes sei $B \in \mathbb{R}$. Wie ist die Bandbreite zu verteilen, damit der Gesamtertrag des Betreibers maximal wird (Formulierung als kombinatorisches Optimierungsproblem)?

b) Lösen Sie das Knapsackproblem mit Hilfe des Branch-and-Bound-Verfahrens. Es seien dazu $n = 3$ und $c_i = v_i$ für $1 \le i \le 3$. Weiter seien $c_1 = c_2 = 2$, $c_3 = 3$ und $B = 6$.

Aufgabe 4. Gegeben seien n parallele Kanäle. Die Datenrate auf jedem Kanal wird bestimmt durch die Funktion $f(p_i) = \log(1 + p_i g_i)$, wobei p_i zu verteilende Leistungen und g_i bekannte Pfadgewinne sind.

Es soll nun eine optimale Leistungszuweisung auf allen Kanälen erfolgen, so dass die gewichtete Summenrate maximiert wird. Für diesen Zweck wird das folgende Optimierungsproblem betrachtet

$$\begin{array}{ll} \underset{p_i}{\text{minimize}} & -\sum_{i=1}^{n} w_i \log(1 + p_i g_i) \\ \text{subject to} & \sum_{i=1}^{n} p_i \leq P_T \\ & p_i \geq 0\,,\ i = 1, 2, \ldots, n\,, \end{array}$$

wobei $w_i \geq 0$ Gewichtsfaktoren sind. Lösen sie das obige Optimierungsproblem mittels der KKT-Bedingungen. Um welche Art von Lösung handelt es sich?