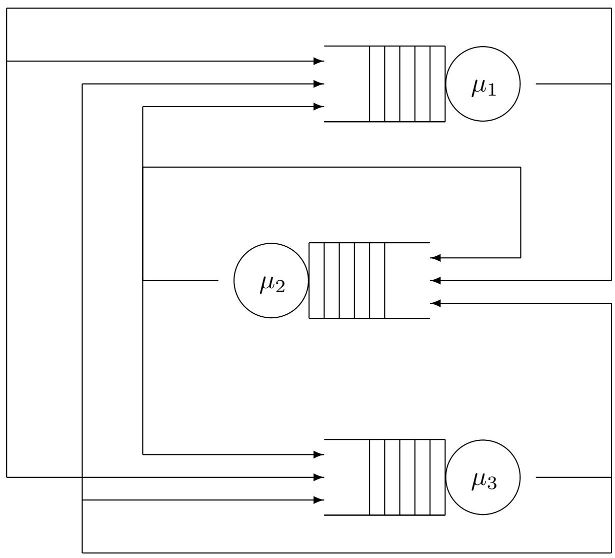
11. Übung zu Kommunikationsnetze II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Gernot Fabeck, Michael Reyer

Abgabe am 9.7.2007 in der Vorlesung/Übung

Aufgabe 25. Gegeben sei das folgende geschlossene Jackson-Netz mit $J = 3$ Stationen und $M = 3$ Aufträgen:



Die Routing-Matrix sei gegeben durch

$$\boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.3 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \\ 0.4 & 0.1 & 0.5 \end{pmatrix}.$$

Die Bedienzeiten in allen Knoten seien stochastisch unabhängig und exponentialverteilt mit Bedienintensitäten $\mu_1 = 0.8$, $\mu_2 = 0.6$ und $\mu_3 = 0.4$. Bestimmen Sie den Zustandsraum des beschreibenden Markoff-Prozesses $\boldsymbol{X}(t) = (X_1(t), X_2(t), X_3(t))$, seine Mächtigkeit und die stationäre Verteilung. Berechnen Sie daraus die Randverteilungen im Gleichgewicht, d.h., $q_j^*(m) = P(X_j^* = m)$, $1 \leq j \leq J$, $0 \leq m \leq M$.

Aufgabe 26. Es sei $\boldsymbol{X}(t) = (X_1(t), ..., X_J(t))$ der beschreibende Markoff-Prozess eines geschlossenen Jackson-Netzes mit J Stationen und M Anforderungen. Mit den stationären Flüssen $\boldsymbol{\Lambda}^* = (\Lambda_1^*, ..., \Lambda_J^*)$ und den Bedienintensitäten $\mu_i(l)$, $i = 1, ..., J$, $l = 1, ..., M$ ist die stationäre Verteilung gegeben durch (vgl. Theorem 5.6)

$$p^*(\boldsymbol{n}) = K_M \prod_{i=1}^{J} \frac{(\Lambda_i^*)^{n_i}}{\mu_i(1) \cdot ... \cdot \mu_i(n_i)}, \quad \boldsymbol{n} = (n_1, ..., n_J) \in \mathcal{S}_M.$$

Welche Grenzverteilung ergibt sich, wenn $\mu_1(l) \to \infty$ für alle $l = 1, ..., M$, d.h., wenn die erwartete Bedienzeit bei Knoten 1 beliebig klein wird?