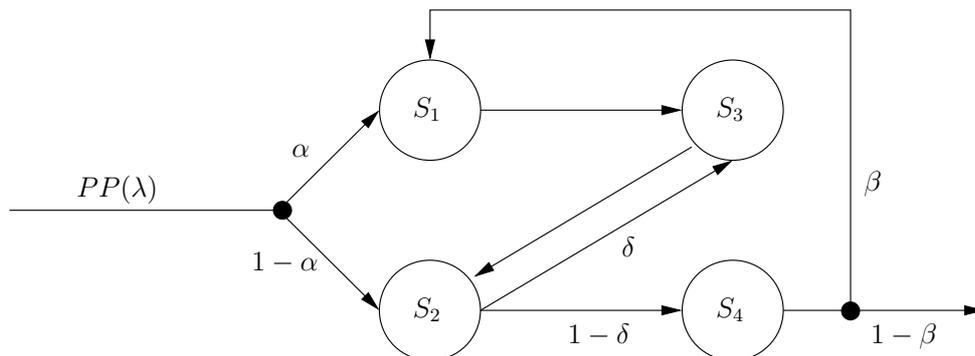


Zusatzübung zu Kommunikationsnetze II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Dr. Michael Reyer
29.7.2009, 16:00 Uhr, Seminarraum ComNets

Aufgabe 1. Anforderungen, die gemäß einem Poisson-Prozess mit Ankunftsrate λ an einem Server-Cluster ankommen, werden zunächst mit Wahrscheinlichkeit α , $0 \leq \alpha \leq 1$, bzw. $1 - \alpha$ Server S_1 bzw. S_2 zugeteilt und dort bearbeitet. Nach der Bearbeitung an Server S_1 wird das Ergebnis über Server S_3 an Server S_2 weitergeleitet. Bei Server S_2 wird eine Anforderung nach ihrer Bearbeitung jeweils mit Wahrscheinlichkeit δ , $0 \leq \delta \leq 1$, bzw. $1 - \delta$ entweder an Server S_3 bzw. S_4 übergeben. Im Anschluss an die Verarbeitung bei Server S_4 wird entweder mit Wahrscheinlichkeit $1 - \beta$, $0 \leq \beta < 1$, das System verlassen oder mit der Wahrscheinlichkeit β der Auftrag an Server S_1 zurück geleitet. Alle Server werden durch stochastisch unabhängige $M/M/1$ -Systeme mit exponentialverteilten Bedienzeiten mit Parametern μ_1, \dots, μ_4 , jeweils größer Null, modelliert. Das System wird durch das folgende Warteschlangennetz beschrieben.



Nehmen Sie $\beta = \frac{2}{3}$ und $\delta = \frac{1}{2}$ an.

- Geben Sie ein Modell mit Zustandsraum und Routingmatrix an.
- Wann existiert eine stationäre Verteilung und wie lautet diese?
- Nehmen Sie $\mu_1 = 2$ und $\alpha \neq 1$ an. Für welche Bedienintensitäten μ_3 kann man ein α finden, so dass die Auslastung an Server S_1 und S_3 gleich ist?
- Station S_2 wird nun durch ein $M/M/\infty$ -System modelliert. Wann existiert eine stationäre Verteilung und wie lautet diese?

Nehmen Sie nun an, dass $\lambda = 0$ und $\beta = 1$ gelte und $\delta < 1$ unbekannt sei. Ferner seien $\mu_1 = \mu_2 = 2$ und $\mu_3 = \mu_4 = 1$. Es befinden sich M Anforderungen im System.

- Bestimmen Sie den Zustandsraum des geschlossenen Jacksonnetzes und seine Mächtigkeit.

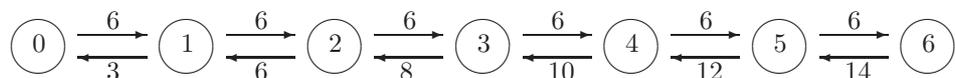
- (f) Nehmen Sie an, dass $\Lambda_1^* = 2$ und $\Lambda_2^* = 3$ gilt. Wie lautet das zugehörige δ ? Wie lautet für $M = 3$ die stationäre Verteilung?
- (g) Wie hoch ist im stationären Zustand aus (f) die erwartete Anzahl an Anforderungen an Station S_2 , die Auslastung an Server S_1 und der Durchsatz an Server S_3 ?

Aufgabe 2. In einem Callcenter stehen insgesamt m Mitarbeiter zur Verfügung, um eingehende Kundenanrufe entgegenzunehmen. Jeder Mitarbeiter kann immer nur einem Kunden telefonisch zur Verfügung stehen. Sind alle Mitarbeiter mit der Beratung von Kunden beschäftigt, gelangt der anrufende Kunde in eine Warteschleife. Wird ein Callcenter-Mitarbeiter frei, so wird ein Kunde in der Warteschleife sofort an diesen weitergeleitet. Die Warteschleife kann insgesamt n Kunden aufnehmen. Ist auch die Warteschleife voll, so geht ein neu eingehender Kundenanruf verloren. Wird einem Kunden der Aufenthalt in der Warteschleife zu lang, so kann er den Anruf abbrechen.

Eingehende Kundenanrufe erreichen das Callcenter gemäß einem Poisson-Prozess der Intensität $\lambda > 0$. Die Bedienzeit, welche die Beratung eines Kunden durch einen Callcenter-Mitarbeiter in Anspruch nimmt, sei exponentialverteilt mit Erwartungswert $1/\mu$, $\mu > 0$. Die Wartezeit, die ein Nutzer bereit ist, in der Warteschleife zu verbleiben, bis er den Anruf abbricht, sei exponentialverteilt mit Erwartungswert $1/\nu$, $\nu > 0$.

- (a) Modellieren Sie das System Callcenter durch einen geeigneten Markov-Prozess und geben Sie dazu Zustandsraum, Intensitätsgraph und Intensitätsmatrix an.
- (b) Geben Sie für $m = 3$ und $n = 4$ den Übergangsgraphen der eingebetteten Markov-Kette an.
- (c) Um was für ein Bediensystem handelt es sich, wenn die Kunden ihre Anrufe nicht abbrechen?

Betrachten Sie nun das spezielle System, dessen Verhalten durch den folgenden Intensitätsgraphen beschrieben wird:



- (d) Geben Sie die Parameter m , n , λ , μ und ν des zugehörigen Callcenters an.
- (e) Berechnen Sie die stationäre Verteilung des zugehörigen Markov-Prozesses.
- (f) Berechnen Sie die erwartete Gesamtanzahl von Kunden und die erwartete Anzahl von Kunden in der Warteschleife des Callcenters im stationären Zustand.
- (g) Wie hoch ist die Blockierwahrscheinlichkeit des Callcenters im stationären Zustand in Prozent?
- (h) Nehmen Sie an, Sie seien der Manager des Callcenters und könnten eine von drei möglichen Erweiterungen des Callcenters vornehmen:
- (i) ein zusätzlicher Callcenter-Mitarbeiter,

- (ii) eine Vergrößerung der Warteschleife um einen Platz,
- (iii) eine Vergrößerung der Warteschleife um zwei Plätze.

Welche Alternative ist unter Zugrundelegung der Maßzahl aus (g) am besten, d.h., wie lauten die Blockierwahrscheinlichkeiten der Alternativen (i),(ii) und (iii)?