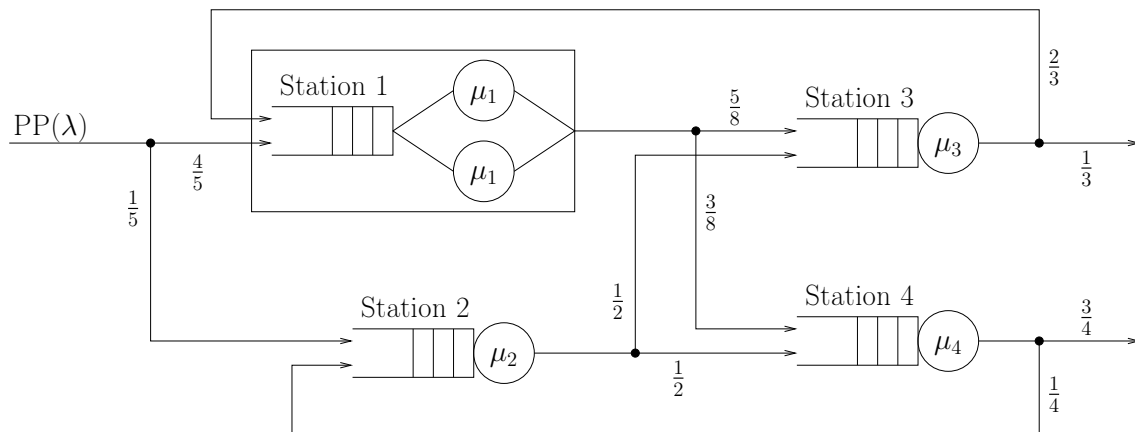


11. Übung zu Kommunikationsnetze: Analyse und Leistungsbewertung

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Dr. Michael Reyer

9.7.2012

Aufgabe 1. Gegeben sei folgendes Warteschlangennetz mit $J = 4$ Stationen:



Station 1 ist ein $M/M/2/\infty$ -System mit Bedienrate $\mu_1 > 0$, die restlichen drei Stationen sind $M/M/1/\infty$ -Systeme mit Bedienraten $\mu_i > 0$, $i = 2, 3, 4$. Der Ankunftsprozess ist ein Poisson-Prozess mit Intensität $\lambda > 0$, die Routingparameter sind in der Skizze angegeben. Offenbar kann dieses Warteschlangennetz als offenes Jackson-Netz modelliert werden.

a) Geben Sie den Zustandsraum und die Routingmatrix an.

Sei nun $\lambda = \frac{5}{2}$.

b) Lösen Sie die Flussgleichungen.

Hinweis: Nehmen Sie $\Lambda_1^* = 4$ und $\Lambda_2^* = 1$ an. Vervollständigen Sie diese Lösung und verifizieren Sie, dass der gefundene Vektor Λ^* die Flussgleichungen erfüllt.

Im Folgenden seien $\mu_1 = 3$, $\mu_2 = 4$, $\mu_3 = 4$ und $\mu_4 = 4$.

c) Verifizieren Sie, dass eine stationäre Verteilung existiert, und bestimmen Sie diese.

d) Berechnen Sie die jeweilige Auslastung der vier Stationen, also die Wahrscheinlichkeit, dass sich in der jeweiligen Station mindestens eine Anforderung befindet.

Das Warteschlangennetz wird jetzt zu einem geschlossenen Jackson-Netz modifiziert. Der Fluss aus der Außenwelt in das Netz entfällt, und die Abgänge aus den Stationen 3 und 4 werden in die Station 1 bzw. 2 zurückgeführt, es ist also jetzt $r_{31} = 1$ und $r_{42} = 1$. Ferner

werden einige Modifikationen an Station 1 vorgenommen. Die zwei Server werden durch einen einzigen Server mit Bedienrate $\mu_1 = 6$ ersetzt, und die Routingparameter für die abgehenden Anforderungen werden auf $r_{13} = \frac{2}{3}$ und $r_{14} = \frac{1}{3}$ geändert. Es befinden sich $M = 3$ Anforderungen im Netz.

- e) Skizzieren Sie das geschlossene Jackson-Netz analog zur obigen Skizze.
- f) Geben Sie den Zustandsraum und die Routingmatrix des geschlossenen Jackson-Netzes an. Wie groß ist der Zustandsraum?
- g) Bestimmen Sie die stationäre Verteilung. Verwenden Sie dazu diejenige Lösung $\mathbf{\Lambda}^*$ der Flussgleichungen, bei der $\Lambda_1^* = 6$ ist.
- h) Berechnen Sie die jeweilige Auslastung der vier Stationen.