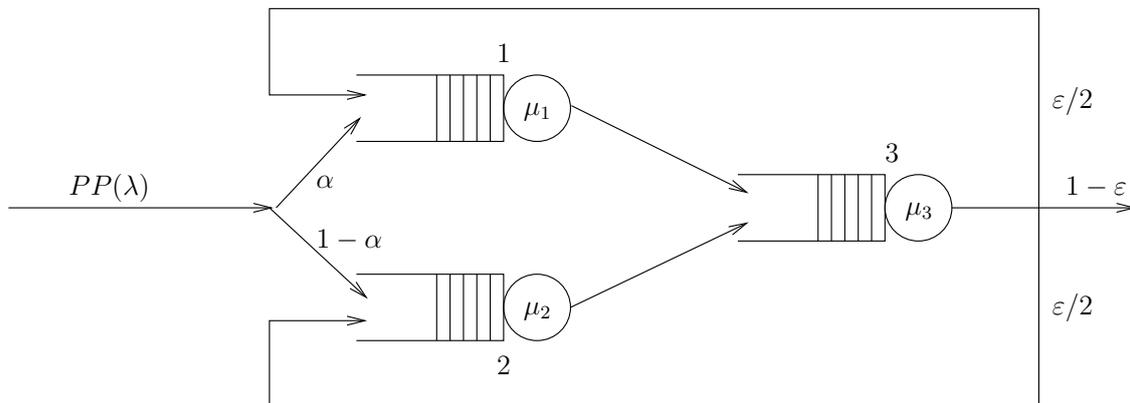


11. Übung zu Kommunikationsnetze: Analyse und Leistungsbewertung

Dr. Michael Reyer, Dipl.-Inform. Florian Schröder

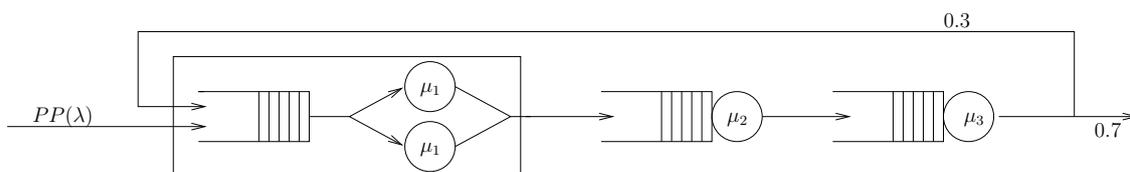
8.7.2013

Aufgabe 1. Anforderungen, die gemäß einem Poisson-Prozess mit Intensität $\lambda > 0$ an einem Server-Cluster ankommen, werden zunächst mit Wahrscheinlichkeit α bzw. $1 - \alpha$ auf Server 1 bzw. 2 verteilt und dort bearbeitet. Nach der Bearbeitung wird das Ergebnis an einen dritten Server weitergeleitet. Jeweils mit Wahrscheinlichkeit $\varepsilon/2 > 0$ werden die Aufträge anschließend an einen der ersten beiden Server zurückgegeben. Mit Wahrscheinlichkeit $1 - \varepsilon$ verlassen die Anforderungen das Netz. Die Server 1, 2 und 3 sind jeweils $M/M/1$ -Systeme mit Bedienraten μ_1, μ_2 und μ_3 , jeweils größer Null. Das System kann durch das folgende offene Jackson-Netz beschrieben werden:



Geben Sie den Zustandsraum und die Routing-Matrix des Jackson-Netzes an. Wann existiert eine stationäre Verteilung und wie lautet diese? Wie muss α gewählt werden, damit im stationären Zustand die mittlere Gesamtverweilzeit an Server 1 und Server 2 gleich ist?

Aufgabe 2. Betrachten Sie das folgende Jackson-Netzwerk:



Die erste Station besteht aus zwei Servern, die jeweils exponentialverteilte Bedienzeiten mit Parameter $\mu_1 > 0$ haben. Die Bedienintensitäten sind also $\mu_1(1) = \mu_1$ und $\mu_1(l) = 2\mu_1$ für $l \geq 2$. Weiter seien $\mu_2 > 0$ und $\mu_3 > 0$.

- a) Wie lautet die Routingmatrix?
- b) Bestimmen Sie den Zustandsraum.
- c) Wann existiert eine stationäre Verteilung?

Nehmen Sie nun an, dass $\mu_1 = \mu_2 = 2$, $\mu_3 = 5$ und $\lambda = \frac{1}{3}$.

- d) Wie lautet die stationäre Verteilung?

Aufgabe 3. Personen, die sich den Passierschein A 38 ausstellen lassen wollen, gelangen zunächst in das Großraumbüro der Behörde, wo sich eine Anzahl von k Sachbearbeitern um die Datenerfassung kümmert. Nach der Datenerfassung, die im Mittel 15 Minuten dauert, werden sie zum stellvertretenden Amtsleiter in Zimmer 042 geschickt, der über die Bewilligung des Passierscheins entscheidet. Dazu benötigt er durchschnittlich eine Minute. In 80 % aller Fälle erweist sich dabei die Datenerfassung als fehlerhaft, so dass sie wiederholt werden muss. Weitere 10 % der Antragsteller werden abgewiesen und verlassen danach die Behörde. Die restlichen 10 % dürfen zum Amtsleiter in Zimmer 043 weitergehen, wo der Passierschein ausgestellt wird. Leider ist der Amtsleiter ein sehr nervöser Zeitgenosse. Befindet sich nur ein Antragsteller bei ihm im Büro und niemand in der Warteschlange davor, schafft er das Ausstellen in durchschnittlich fünf Minuten. Befinden sich hingegen Leute in der Warteschlange, bringt ihn das derart aus dem Konzept, dass sich die Bearbeitungszeit im Mittel auf 15 Minuten verlängert.

- a) Modellieren Sie die Vorgänge in der Behörde als offenes Jackson-Netz, und geben Sie eine graphische Repräsentation, die Routingmatrix und die Bedienintensitäten an. Nehmen Sie dabei an, dass die Bearbeitungszeiten exponentialverteilt sind, und dass die Ankunft der Antragsteller einen Poisson-Prozess mit Intensität λ darstellt. Ferner befinde sich vor jedem Büro ein Wartebereich mit unbeschränkter Kapazität.
- b) Lösen Sie die Flussgleichungen. Wie groß muss die Anzahl k der Sachbearbeiter mindestens sein, damit eine stationäre Verteilung existiert, wenn im Mittel alle zehn Minuten ein neuer Antragsteller ankommt ($\lambda = \frac{1}{10}$)? Wie lautet die stationäre Verteilung in diesem Fall?
- c) Beobachtungen zeigen, dass einige Antragsteller die Behörde unverrichteter Dinge verlassen, wenn sie vor dem Zimmer 043 auf eine (nicht leere) Warteschlange treffen. Erläutern Sie, warum dieses Verhalten nicht in der Modellierung als Jackson-Netz berücksichtigt werden kann.