

9. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Georg Böcherer, Gernot Fabeck

11.01.2008

Aufgabe 1. Es sei $\{X(t) \mid t > 0\}$ ein stochastischer Prozess mit der eindimensionalen Randverteilungsfunktion

$$F_{X(t)}(x) = P(X(t) \leq x) = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{x}{t}\right)^2\right\}, x \geq 0. \quad (1)$$

- (a) Berechnen und skizzieren Sie die Erwartungswertfunktion $\mu_X(t)$ des Prozesses.
(b) Ist der Prozess schwach stationär?

Aufgabe 2. $\{X(t) \mid t \in T\}$ sei ein stationärer Gaußprozess mit Erwartungswertfunktion $\mu_X(t) = 0$ für alle $t \in \mathbb{R}$ und Autokorrelationsfunktion $R_{XX}(t)$. Zeigen Sie, dass der stochastische Prozess $Y(t) = X^2(t)$ die Autokorrelationsfunktion

$$R_{YY}(t) = R_{XX}^2(0) + 2R_{XX}^2(t) \quad (2)$$

besitzt.

Hinweis: Sind X_1, X_2 normalverteilte Zufallsvariablen mit Erwartungswert 0, so gilt

$$E(X_1^2 X_2^2) = E(X_1^2) E(X_2^2) + 2E^2(X_1 X_2). \quad (3)$$

Aufgabe 3. Ein zeitkontinuierliches LTI-System mit Impulsantwort $h(t)$ wird mit dem Eingangssignal $x(t)$ beaufschlagt:

$$x(t) \longrightarrow \boxed{h(t)} \longrightarrow y(t) \quad (4)$$

- (a) Berechnen und skizzieren Sie das Ausgangssignal $y(t)$ für den Fall:

$$x(t) = \begin{cases} t & : 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} \quad h(t) = \begin{cases} 1 & : 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases} \quad (5)$$

- (b) Wie lautet die Impulsantwort $h(t)$, wenn das Eingangssignal $x(t)$ und das Ausgangssignal $y(t)$ über folgende Gleichung zusammenhängen:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{-(t-u)} x(u-2) du \quad (6)$$