

4. Übung zur Theoretischen Informationstechnik I

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Simon Görtzen, Christoph Schmitz, Ehsan Zandi

07.11.2013

Aufgabe 1. Es seien \mathbf{X} und \mathbf{Z} zwei n -dimensionale Zufallsvektoren mit Kovarianzmatrizen $\Sigma_{\mathbf{X}}$ bzw. $\Sigma_{\mathbf{Z}}$. Zeigen Sie, dass gilt

$$2(\Sigma_{\mathbf{X}} + \Sigma_{\mathbf{Z}}) - \Sigma_{\mathbf{X}+\mathbf{Z}} = \Sigma_{\mathbf{X}-\mathbf{Z}} \geq \mathbf{0} \text{ (positiv semidefinit).}$$

Aufgabe 2. Ein Empfänger besitze zwei Antennen, mit denen er ein Signal empfängt. Die Empfangsleistungen an den Antennen seien durch die Zufallsvariablen X_1 und X_2 beschrieben, die den Zufallsvektor $\mathbf{X} = (X_1, X_2)'$ bilden. Die gemeinsame Dichte von \mathbf{X} sei gegeben durch:

$$f_{\mathbf{X}}(x_1, x_2) = \begin{cases} e^{-(x_1+x_2)}, & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

- a) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Empfangsleistung an der zweiten Antenne größer ist als an der ersten.
- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Betrag der Differenz der Empfangsleistungen kleiner als 1 ist.