

2. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Daniel Bielefeld, Georg Böcherer

17.04.2008

Aufgabe 1. Gelten die folgenden für die Entropie einer diskreten Zufallsvariablen gültigen Beziehungen auch für die differentielle Entropie?

- a) $H(T(X)) \leq H(X)$,
- b) $H(X + Y) \leq H(X, Y)$,
- c) $H(X + Y) \leq H(X) + H(Y)$,
- d) $H(X) \geq 0$.

Hinweise:

Zu a) Betrachten Sie $T(X) = 2X$.

Zu b) Betrachten Sie $X \sim R(0, 1)$, $Y \sim R(0, 1)$, X und Y stochastisch unabhängig.

Aufgabe 2. Die Kullback-Leibler-Distanz zwischen zwei reellwertigen, absolut-stetigen Zufallsvariablen X und Y mit Dichten f bzw. g ist gegeben durch

$$D(f||g) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \log \frac{f(x)}{g(x)} dx.$$

Berechnen Sie die Kullback-Leibler-Distanz für die Dichten von

- a) $X \sim N(\mu_1, \sigma^2)$ und $Y \sim N(\mu_2, \sigma^2)$
- b) $X \sim N(0, \sigma^2)$ und $Y \sim N(0, \tau^2)$.

Ist die Kullback-Leibler-Distanz *symmetrisch*, d.h. gilt $D(f||g) = D(g||f)$?