

3. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Chunhui Liu, Daniel Bielefeld

07.05.2009

Aufgabe 1. Bestimmen Sie $I(X, Y)$, $H(X|Y)$, und $H(Y|X)$ für

$$(X, Y) \sim N_2 \left(\mathbf{0}, \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix} \right)$$

mit $-1 < \rho < 1$.

Aufgabe 2. Ein Übertragungssystem sei gegeben durch

$$Y = X + Z.$$

Die Eingabe X nimmt die Werte $x_1 = A$ und $x_2 = -A$ jeweils mit der Wahrscheinlichkeit $1/2$ an und für das Rauschen gilt $Z \sim N(0, 1)$. Es soll ein Ausdruck für die Transinformation zwischen X und Y hergeleitet werden. Gehen Sie wie folgt vor:

(a) Zeigen Sie:

$$f_{Y|X}(y|X = x) = f_Z(y - x)$$

(b) Zeigen Sie:

$$H(Y|X) = H(Z)$$

(c) Berechnen Sie f_Y in Abhängigkeit von f_Z .

(d) Sei $\varphi_i = f_Z(y - x_i)$. Zeigen Sie:

$$I(X; Y) = D \left(\varphi_1 \parallel \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \varphi_i \right)$$