

7. Übung zur Theoretischen Informationstechnik II

Prof. Dr. Rudolf Mathar, Chunhui Liu, Daniel Bielefeld

22.06.2009

Aufgabe 1. Gegeben sei der parallele Gaußkanal

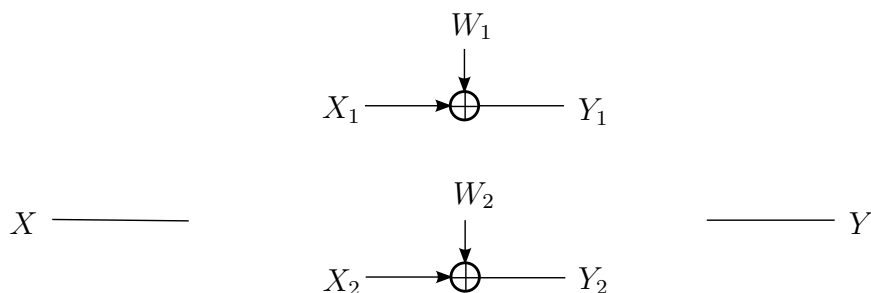
$$\mathbf{Y} = \mathbf{X} + \mathbf{W}, \quad \mathbf{W} \sim N_2 \left(\mathbf{0}, \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \right), \quad E[\mathbf{X}'\mathbf{X}] \leq 2.$$

In Übung 5, Aufgabe 3, haben wir die Kapazität dieses Kanals bestimmt zu $C = \log(3)/2$. Der Eingang \mathbf{X} habe im Folgenden die kapazitätserreichenden Verteilung

$$\mathbf{X} \sim N_2 \left(\mathbf{0}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \right).$$

Sie sollen nun einen äquivalenten einfachen Gaußkanal herleiten. Gehen Sie wie folgt vor:

- Zeigen Sie: Es gibt ein $X \sim N(0, 1)$, so dass $\mathbf{X} \sim (1, -1)'X$.
- Zeigen Sie: Für $Y = (1, -1)\mathbf{Y}$ und X aus (a) gilt $I(X, Y) = \log(3)/2$.
- Vervollständigen Sie nun das Diagramm:



Aufgabe 2. Gegeben sei ein MIMO-Kanal mit einer Empfangsantenne, drei Sendeantennen und Leistungsbeschränkung $L = 20$. Für die additive Störung gelte $Z \sim \text{SCN}(0, 42)$. Die Pfadgewinne seien $h_{11} = 5$, $h_{12} = 1$ und $h_{13} = 4$.

- Berechnen Sie die Kapazität des Kanals.
- Wie lautet die Spektralzerlegung von $\mathbf{H}^*\mathbf{H}$?
- Geben Sie die Inputverteilung an, für die die Kapazität angenommen wird.